

УДК 373.167.1:[512 + 517]
ББК 22.141я721 + 22.161я721
А46

Александрова Л. А.

А46 Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Самостоятельные работы для учащихся общеобразовательных учреждений / Л. А. Александрова ; под ред. А. Г. Мордковича. — 4-е изд., испр. и доп. — М. : Мнемозина, 2009. — 100 с.

ISBN 978-5-346-01138-5

Данное пособие предназначено для общеобразовательных классов, обучающихся курсу алгебры и начал математического анализа по учебному комплексу А. Г. Мордковича. Пособие содержит материал для проведения самостоятельных работ по каждой теме и может быть использовано учителем для осуществления текущего контроля знаний, умений и навыков школьников, в качестве дополнительных упражнений, а учащимися — для самоподготовки.

**УДК 373.167.1:[512 + 517]
ББК 22.141я721 + 22.161я721**



ISBN 978-5-346-01138-5

© «Мнемозина», 2005
© «Мнемозина», 2009, с изменениями
© Оформление. «Мнемозина», 2009
Все права защищены

Предисловие

Издательство «Мнемозина» опубликовало учебный комплект для изучения курса алгебры и начал математического анализа в 10—11-м классах общеобразовательной школы:

- А. Г. Мордкович. Алгебра и начала математического анализа, 10—11. Часть 1. Учебник.
- А. Г. Мордкович и др. Алгебра и начала математического анализа, 10—11. Часть 2. Задачник / Под ред. А. Г. Мордковича.

Это пособие является дополнением к указанному учебному комплексу.

Предлагаемые самостоятельные работы можно использовать для текущего контроля знаний, умений и навыков учащихся, в качестве обучающих работ, а также в целях выборочной проверки знаний школьников по определенной теме.

Время, отводимое на самостоятельные работы, варьируется от 7 до 20 минут по усмотрению учителя в зависимости от структуры урока, объема и сложности работы, уровня подготовки учеников того или иного класса. Учитель вправе дать учащимся не всю работу, а выборочные задания и лишь те работы, которые он считает целесообразным провести. Необязательные задания и задания повышенной сложности отмечены знаком ●.

Работы представлены в четырех вариантах. Задания каждого варианта подобраны по возрастанию сложности, причем варианты 1 и 2 во многих случаях несколько легче вариантов 3 и 4.

В данном пособии приводится примерное планирование учебного материала из расчета 3 ч в неделю с указанием номеров самостоятельных работ (С-1, ...) по каждой теме.

ПРИМЕРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

11 класс

Примерное тематическое планирование дано в соответствии с параграфами учебника А. Г. Мордковича «Алгебра и начала математического анализа, 10—11 классы» (М. : Мнемозина, 2008) из расчета 3 ч в неделю в первом полугодии и 2 ч в неделю во втором.

Глава 6. Степени и корни. Степенные функции

§ 33. Понятие корня n -ой степени из действительного числа	2 ч	C-1
§ 34. Функции $y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики	2 ч	C-2
§ 35. Свойства корня n -ой степени	2 ч	C-3, 4
§ 36. Преобразование выражений, содержащих радикалы	3 ч	C-5, 6
Контрольная работа № 1	1 ч	
§ 37. Обобщенные понятия о показателе степени	2 ч	C-7, 8
§ 38. Степенные функции, их свойства и графики.	2 ч	C-9
Дифференцирование степенной функции с рациональным показателем		C-10, 11
Контрольная работа № 2	1 ч	

Глава 7. Показательная и логарифмическая функции

§ 39. Показательная функция, ее свойства и график	2 ч	C-12, 13
§ 40. Показательные уравнения и неравенства	4 ч	C-14—16
§ 41. Понятие логарифма	1 ч	C-17
§ 42. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график	2 ч	C-18, 19
Контрольная работа № 3	1 ч	
§ 43. Свойства логарифмов	2 ч	C-20
§ 44. Логарифмические уравнения	3 ч	C-21, 22
§ 45. Логарифмические неравенства	3 ч	C-23
§ 46. Переход к новому основанию логарифма	2 ч	C-24
§ 47. Дифференцирование показательной и логарифмической функций	2 ч	C-25, 26
Контрольная работа № 4	1 ч	

Глава 8. Первообразная и интеграл

§ 48. Первообразная	3 ч	C-27
§ 49. Определенный интеграл	4 ч	C-28
Контрольная работа № 5	1 ч	

Глава 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

§ 50. Статистическая обработка данных	2 ч	C-29
§ 51. Простейшие вероятностные задачи	2 ч	C-30
§ 52. Сочетания и размещения	2 ч	C-31
§ 53. Формула бинома Ньютона	1 ч	C-32
§ 54. Случайные события и их вероятности	2 ч	C-33
<i>Контрольная работа № 6</i>	1 ч	

Глава 10. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств

§ 55. Равносильность уравнений	2 ч	C-34
§ 56. Общие методы решения уравнений	3 ч	C-35
§ 57. Решение неравенств с одной переменной	3 ч	C-36
§ 58. Уравнения и неравенства с двумя переменными	1 ч	C-37
<i>Контрольная работа № 7</i>	1 ч	
§ 59. Системы уравнений	3 ч	C-38, 39
§ 60. Уравнения и неравенства с параметрами	3 ч	C-40, 41
<i>Итоговое повторение</i>	6 ч	C-42

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-1. Понятие корня n -ой степени из действительного числа

Вариант 1

1. Вычислите $\sqrt[3]{125} - 2\sqrt[4]{\frac{81}{16}}$.

2. Решите уравнение:

а) $x^5 = 243$;

б) $\sqrt[3]{x-1} = -5$.

3. Сравните числа π и $\sqrt[4]{80}$.

С-1. Понятие корня n -ой степени из действительного числа

Вариант 3

1. Вычислите $\sqrt[5]{243} + 3\sqrt[3]{4\frac{17}{27}}$.

2. Решите уравнение:

а) $x^8 = 256$;

б) $\sqrt[4]{x^2 - x - 40} = 2$.

3. Сравните числа $\frac{\pi}{2}$ и $\sqrt[3]{9}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-1. Понятие корня n -ой степени из действительного числа

Вариант 2

1. Вычислите $\sqrt[4]{256} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$.

2. Решите уравнение:

а) $x^3 = -512$;

б) $\sqrt{x+2} = 3$.

3. Сравните числа 2π и $\sqrt[3]{215}$.

С-1. Понятие корня n -ой степени из действительного числа

Вариант 4

1. Вычислите $\sqrt[3]{-128} - \frac{4}{7}\sqrt[3]{5\frac{23}{64}}$.

2. Решите уравнение:

а) $x^6 = 729$;

б) $\sqrt[3]{x^2 - 22x + 8} = -4$.

3. Сравните числа $\frac{2\pi}{3}$ и $\sqrt[3]{15}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-2. Функции $y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = -\sqrt[3]{x} + 1$.

- а) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-8; 0]$.
- б) Найдите точки пересечения графика данной функции с графиком функции $y = x^2 + 1$.

2. Найдите область определения функции $y = \sqrt{2-x} \cdot \sqrt[4]{x^2-9}$.

С-2. Функции $y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = \sqrt[3]{x+2}$.

- а) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 6]$.
- б) Найдите точки пересечения графика данной функции с графиком функции $y = |x-2| - 2$.

2. Найдите область определения функции $y = \sqrt[6]{\frac{x+4}{25-x^2}}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-2. Функции $y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = \sqrt[4]{x} - 1$.

- а) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[1; 16]$.
- б) Найдите точки пересечения графика данной функции с графиком функции $y = -2x^2 + 2$.

2. Найдите область определения функции $y = \sqrt[4]{(2-x)(x^2-9)}$.

С-2. Функции $y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = -\sqrt[4]{x-3}$.

- а) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[3; 4]$.
- б) Найдите точки пересечения графика данной функции с графиком функции $y = -\frac{4}{x}$.

2. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt[4]{x+4}}{\sqrt[6]{25-x^2}}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-3. Свойства корня n -ой степени

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{243 \cdot 32}$;

в) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{24}$;

б) $\sqrt[3]{\frac{128}{0,5}}$;

г) $(-2\sqrt[4]{5})^4$.

2. Сравните числа $\sqrt{6}$ и $\sqrt[4]{35}$.

С-3. Свойства корня n -ой степени

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{\frac{512}{343}}$;

в) $\sqrt[4]{10 - \sqrt{19}} \cdot \sqrt[4]{10 + \sqrt{19}}$;

б) $\sqrt[3]{75 \cdot 45}$;

г) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[5]{-20}\right)^5$.

2. Сравните числа $\sqrt{6}$ и $\sqrt[3]{15}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-3. Свойства корня n -ой степени

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{125 \cdot 216}$;

в) $\frac{\sqrt[4]{405}}{\sqrt[4]{5}}$;

б) $\sqrt[3]{54 \cdot 4}$;

г) $(-2\sqrt[5]{5})^5$.

2. Сравните числа $\sqrt[3]{63}$ и $\sqrt[4]{8}$.

С-3. Свойства корня n -ой степени

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{1024 \cdot \frac{1}{243}}$;

в) $\sqrt[3]{12 - 4\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{12 + 4\sqrt{5}}$;

б) $\sqrt[6]{\frac{8}{0,125}}$;

г) $\left(-\frac{1}{3}\sqrt[6]{18}\right)^6$.

2. Сравните числа $\sqrt{5}$ и $\sqrt[3]{11}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-4. Свойства корня n -ой степени

Вариант 1

1. Упростите выражение, считая, что переменные принимают только положительные значения:

а) $\sqrt[3]{\frac{27a^5}{b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{ab^{11}}{8}}$; б) $\sqrt[4]{b} : \sqrt{b^3} \cdot \sqrt{\sqrt{b^{13}}}$.

2. Решите уравнение $\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x} - 12 = 0$.

С-4. Свойства корня n -ой степени

Вариант 3

1. Упростите выражение, считая, что переменные принимают только положительные значения:

а) $\sqrt[5]{\frac{m^3n^4}{192}} : \sqrt[8]{\frac{m^{15}}{3n^8}}$; б) $\sqrt[9]{b^7} \cdot \sqrt{b^{-3}} : \sqrt[3]{\sqrt[4]{b^8}}$.

2. Решите уравнение $\sqrt[4]{x} + 5\sqrt[3]{x} - 14 = 0$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-4. Свойства корня n -ой степени

Вариант 2

1. Упростите выражение, считая, что переменные принимают только положительные значения:

а) $\sqrt[4]{\frac{16a^6}{c^8}} \cdot \sqrt[4]{\frac{625c^{11}}{a^{18}}}$;

б) $\sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^5} : \sqrt[3]{x^2}$.

2. Решите уравнение $\sqrt{x} - 2\sqrt[4]{x} - 15 = 0$.

С-4. Свойства корня n -ой степени

Вариант 4

1. Упростите выражение, считая, что переменные принимают только положительные значения:

а) $\sqrt[5]{\frac{5m^8}{n^7}} : \sqrt[5]{\frac{160n^8}{m^{12}}}$;

б) $\sqrt[3]{x^{-2}} \cdot \sqrt[4]{x^3} : \sqrt[6]{x^{25}}$.

2. Решите уравнение $\sqrt[5]{x} + 3\sqrt[10]{x} - 10 = 0$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-5. Преобразование выражений, содержащих радикалы

Вариант 1

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[5]{96m^7n^{-12}}$, $m \geq 0$, $n > 0$;

б) $\sqrt[4]{625a^4b^5}$, $a < 0$, $b \geq 0$.

2. Внесите множитель под знак корня:

$2a\sqrt[4]{3a}$, $a > 0$.

3. Расположите числа $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[4]{5}$ в порядке возрастания.

С-5. Преобразование выражений, содержащих радикалы

Вариант 3

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[4]{162y^{10}z^{-5}}$, $y \geq 0$, $z > 0$;

б) $\sqrt[5]{64a^7b^6}$.

2. Внесите множитель под знак корня:

$3c\sqrt[4]{2c^2}$, $c \leq 0$.

3. Расположите числа $\sqrt[4]{3}$; $\sqrt[5]{5}$; $\sqrt[3]{2\sqrt{7}}$ в порядке возрастания.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-5. Преобразование выражений, содержащих радикалы

Вариант 2

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[3]{135m^{-7}n^5}$, $m > 0$, $n \geq 0$;

б) $\sqrt[6]{729c^8d^6}$, $c \geq 0$, $d < 0$.

2. Внесите множитель под знак корня:

$2b\sqrt[5]{5b^2}$, $b > 0$.

3. Расположите числа $\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[5]{7}$ в порядке убывания.

С-5. Преобразование выражений, содержащих радикалы

Вариант 4

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[3]{40c^5d^{-8}}$, $c \geq 0$, $d > 0$;

б) $\sqrt[4]{256x^{12}y^7}$.

2. Внесите множитель под знак корня:

$2d\sqrt[3]{3d^{-4}}$, $d < 0$.

3. Расположите числа $\sqrt[10]{6}$; $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2}}$; $\sqrt[3]{3}$ в порядке убывания.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-6. Преобразование выражений, содержащих радикалы

Вариант 1

1. Упростите выражение:

а) $\sqrt[5]{c} \cdot \sqrt[4]{c} \cdot \sqrt[3]{c^{-1}}$;

б) $\frac{\sqrt[3]{x^2} - 4}{\sqrt[3]{x} + 2} - \sqrt[3]{x}$.

2. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$.

С-6. Преобразование выражений, содержащих радикалы

Вариант 3

1. Упростите выражение:

а) $\frac{b^{10}\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^5}}$;

б) $\frac{1+a}{1+\sqrt[3]{a}} - \sqrt[3]{a}$.

2. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{15x}{\sqrt[4]{5x}}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-6. Преобразование выражений, содержащих радикалы

Вариант 2

1. Упростите выражение:

а) $\frac{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}}$;

б) $\frac{\sqrt[5]{y^4} - 9}{\sqrt[5]{y^2} - 3} - \sqrt[5]{y^2}$.

2. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{10}{\sqrt[5]{8}}$.

С-6. Преобразование выражений, содержащих радикалы

Вариант 4

1. Упростите выражение:

а) $\sqrt[6]{a^3 \sqrt{a^{-1}}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$;

б) $\frac{8 - c}{2 - \sqrt[3]{c}} + 2\sqrt[3]{c}$.

2. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{28y^2}{\sqrt[3]{7y}}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-7. Обобщение понятия о показателе степени

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $16^{\frac{1}{2}} + 27^{-\frac{1}{3}} + 81^{\frac{3}{4}} - 8^{1\frac{2}{3}}$;

б) $\frac{16^{0,4} \cdot 8^{\frac{1}{3}}}{4^{0,3}}$.

2. Упростите выражение:

а) $(125x^{-6})^{-\frac{2}{3}}$;

б) $\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{-\frac{1}{2}}}$.

С-7. Обобщение понятия о показателе степени

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $(121^{\frac{1}{2}} + 128^{\frac{5}{7}} - 81^{1\frac{1}{4}}) \cdot 125^{-\frac{1}{3}}$;

б) $\frac{\left(32^{0,7} \cdot \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{0,6}}{8^{0,1}}$.

2. Упростите выражение:

а) $(81a^{-8})^{-\frac{3}{4}}$;

б) $\frac{x^{\frac{2}{5}} \cdot x^{\frac{1}{10}}}{(x^{0,5})^{-3}}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-7. Обобщение понятия о показателе степени

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $27^{\frac{1}{3}} - 25^{-\frac{1}{2}} + 16^{\frac{3}{4}} - 27^{\frac{1}{3}}$;

б) $\frac{9^{\frac{5}{4}}}{27^{0,4} \cdot 3^{0,3}}$.

2. Упростите выражение:

а) $(32x^{-10})^{-\frac{3}{5}}$;

б) $(a \cdot a^{-\frac{1}{3}})^{\frac{1}{6}} \cdot a^{\frac{8}{9}}$.

С-7. Обобщение понятия о показателе степени

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $361^{-\frac{1}{2}} \cdot (216^{\frac{1}{3}} + 343^{\frac{2}{3}} - 125^{\frac{1}{3}})$;

б) $\frac{27^{0,7}}{(9^{0,6} \cdot 81^{\frac{1}{4}})^{0,5}}$.

2. Упростите выражение:

а) $(64a^{-9})^{-\frac{2}{3}}$;

б) $\frac{(a^{2,5} \cdot a^{\frac{1}{6}})^{\frac{1}{3}}}{a^{-\frac{2}{9}}}$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-8. Обобщение понятия о показателе степени

Вариант 1

1. Сократите дробь:

а) $\frac{m - 2m^{0,5}}{m^{0,5} - 2}$;

б) $\frac{1 + a^{\frac{2}{3}}}{1 - a^{\frac{4}{3}}}$.

2. Известно, что $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$, $g(x) = x^3$.
Докажите, что $f(4x^2) = g(2x)$.

С-8. Обобщение понятия о показателе степени

Вариант 3

1. Сократите дробь:

а) $\frac{x - x^{\frac{5}{7}}}{x^{\frac{4}{7}} - 1}$;

б) $\frac{1 - m^{1,5}}{1 + m^{0,5} + m}$.

2. Известно, что $f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$, $g(x) = \frac{1}{3}x^{-1}$.

Докажите, что $f(27x^3) = g^2(x)$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-8. Обобщение понятия о показателе степени

Вариант 2

1. Сократите дробь:

а) $\frac{x^{0.5} - x^{1.5}}{1 - x}$;

б) $\frac{4 - a^{\frac{2}{3}}}{2 + a^{\frac{1}{3}}}$.

2. Известно, что $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$, $g(x) = x^4$.
Докажите, что $f(8x^2) = 4g(x)$.

С-8. Обобщение понятия о показателе степени

Вариант 4

1. Сократите дробь:

а) $\frac{x + x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{6}{5}} - 1}$;

б) $\frac{1 - b^{0.5} + b}{1 + b^{1.5}}$.

2. Известно, что $f(x) = -x^{\frac{2}{3}}$, $g(x) = \frac{9}{x^2}$.

Докажите, что $f(9x^4) = -3g(x^{-3})$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-9. Степенные функции, их свойства и графики

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = (x - 2)^{\frac{3}{2}} - 1$ и опишите ее свойства.
2. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = (x - 2)^{\frac{3}{2}} - 1; \\ y = 3 - x. \end{cases}$$

С-9. Степенные функции, их свойства и графики

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = (x + 3)^{-\frac{2}{3}} - 1$ и опишите ее свойства.
2. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = (x + 3)^{-\frac{2}{3}} - 1; \\ y = (x + 2)^3. \end{cases}$$

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-9. Степенные функции, их свойства и графики

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = (x + 1)^{\frac{2}{3}} - 1$ и опишите ее свойства.

2. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = (x + 1)^{\frac{2}{3}} - 1; \\ y = -x - 2. \end{cases}$$

С-9. Степенные функции, их свойства и графики

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = -x^{\frac{3}{2}} + 1$ и опишите ее свойства.

2. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = -x^{\frac{3}{2}} + 1; \\ y = (x - 1)^3. \end{cases}$$

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-10. Дифференцирование степенной функции с рациональным показателем

Вариант 1

1. Вычислите производную данной функции:

а) $y = x^{\frac{3}{7}} - 2x$;

в) $y = \frac{(x^{-5} + 1)}{\sqrt{x}}$;

б) $y = \sqrt[5]{x^4}$;

г) $y = \sqrt[4]{8x + 1}$.

2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 3x^{\frac{4}{3}} - 5x$ в точке $x = 27$.

С-10. Дифференцирование степенной функции с рациональным показателем

Вариант 3

1. Вычислите производную данной функции:

а) $y = x^{-\frac{4}{7}} - \frac{1}{x}$;

в) $y = \sqrt[3]{x^2}(x^{0,75} + 1)$;

б) $y = \sqrt[6]{x^5} + 4$;

г) $y = 4(3x - 1)^{\frac{3}{4}}$.

2. Найдите скорость изменения функции $y = \sqrt[3]{3x - 4}$ в точке $x = 4$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-10. Дифференцирование степенной функции с рациональным показателем

Вариант 2

1. Вычислите производную данной функции:

а) $y = x^{\frac{5}{6}} + 6x$; в) $y = x^{\frac{8}{9}}(\sqrt{x} - 3)$;

б) $y = \sqrt[5]{x^2}$; г) $y = \sqrt[3]{7 - 6x}$.

2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 8x^{-0,75} + 3$ в точке $x = 1$.

С-10. Дифференцирование степенной функции с рациональным показателем

Вариант 4

1. Вычислите производную данной функции:

а) $y = x^{-\frac{5}{8}} + \sqrt{x}$; в) $y = \frac{\sqrt[3]{x^3} - 2}{x^{0,3}}$;

б) $y = \sqrt[9]{x^7} - 7$; г) $y = 0,2(7 - 4x)^{\frac{5}{8}}$.

2. Найдите скорость изменения функции $y = \sqrt[3]{(8x + 9)^3}$ в точке $x = 9$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-11. Дифференцирование степенной функции с рациональным показателем

Вариант 1

1. Дана функция $y = (8x + 1)^{\frac{5}{4}} - 30x$.

а) Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[0; 10]$.

2. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = 3x^{\frac{1}{3}} - 5,$$

если тангенс угла между касательной и положительным направлением оси абсцисс равен 0,25.

С-11. Дифференцирование степенной функции с рациональным показателем

Вариант 3

1. Дана функция $y = 4(3x + 1)^{\frac{3}{4}} - 4,5x$.

а) Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[0; 5]$.

2. Составьте уравнение той касательной к графику функции

$y = 2,5x^{\frac{6}{5}} - 2x$, которая параллельна прямой $y = 4x + 1$.

ГЛАВА 6. Степени и корни. Степенные функции

С-11. Дифференцирование степенной функции с рациональным показателем

Вариант 2

1. Дана функция $y = -(3x - 1)^{\frac{5}{3}} + 20x$.

- а) Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы.
- б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на полуинтервале $(1; 3]$.

2. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = -5x^{\frac{1}{5}} + 3x,$$

если тангенс угла между касательной и положительным направлением оси абсцисс равен 2.

С-11. Дифференцирование степенной функции с рациональным показателем

Вариант 4

1. Дана функция $y = x - \frac{1}{3}(2 + 7x)^{\frac{6}{7}}$.

- а) Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы.
- б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на интервале $(15; 20)$.

2. Составьте уравнение той касательной к графику функции

$y = -6x^{\frac{5}{6}} + 1,5x$, которая параллельна прямой $y = -x + 4$.

С-12. Показательная функция, ее свойства и график

Вариант 1

1. Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = 7^x$ принимает значение, равное $7\sqrt{7}$.
2. Сравните числа $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ и $\left(\frac{3}{4}\right)^{2\sqrt{2}}$.
3. Исследуйте на монотонность функцию $y = (\sqrt{2})^x - 3$.

С-12. Показательная функция, ее свойства и график

Вариант 3

1. Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = 5^x$ принимает значение, равное $\frac{1}{5\sqrt{5}}$.
2. Сравните числа 1 и $0,23^{-0,5}$.
3. Исследуйте на монотонность функцию $y = \left(\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}\right)^x$.

С-12. Показательная функция, ее свойства и график

Вариант 2

1. Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$ принимает значение, равное $\sqrt[3]{36}$.
2. Сравните числа $\left(\frac{4}{3}\right)^{\sqrt[3]{8}}$ и $\left(\frac{4}{3}\right)^5$.
3. Исследуйте на монотонность функцию $y = -4\pi^x$.

С-12. Показательная функция, ее свойства и график

Вариант 4

1. Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ принимает значение, равное $\frac{\sqrt[3]{4}}{16}$.
2. Сравните числа $\left(\frac{7}{5}\right)^{0.01}$ и 1.
3. Исследуйте на монотонность функцию $y = \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{12}\right)^x$.

С-13. Показательная функция, ее свойства и график

Вариант 1

Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 3^x - 2$.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[0; 2]$.
2. На каком отрезке функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение, равное 25, наименьшее значение, равное 1?
3. Решите уравнение $f(x) = -2x + 3$.

С-13. Показательная функция, ее свойства и график

Вариант 3

Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[0; 2]$.
2. На каком отрезке функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение, равное 27, наименьшее значение, равное $\frac{1}{3}$?
3. Решите уравнение $f(x) = 2x + 1$.

С-13. Показательная функция, ее свойства и график

Вариант 2

Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 2^{x+1}$.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[-1; 2]$.
2. На каком отрезке функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение, равное 16, наименьшее значение, равное 0,5?
3. Решите уравнение $f(x) = -3x + 7$.

С-13. Показательная функция, ее свойства и график

Вариант 4

Дана функция $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[-2; 1]$.
2. На каком отрезке функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение, равное 17, наименьшее значение, равное 3?
3. Решите уравнение $f(x) = 3x + 6$.

С-14. Показательные уравнения

Вариант 1

Решите уравнение:

1. $6^x = 216$;

4. $3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{12}{25}$;

2. $2^{3x-5} = 16$;

5. $5^{x-1} + 5^x = 150$.

3. $3^{x^2-5x+2} = \frac{1}{81}$;

С-14. Показательные уравнения

Вариант 3

Решите уравнение:

1. $(0,7)^x = 0,343$;

4. $\left(\frac{4}{3}\right)^{x^2-1,5} = \sqrt{0,75}$;

2. $4^{3-x} = \frac{1}{64}$;

5. $2^{2x-3} + 2^{2x+1} = 136$.

3. $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2+x-10} = 625$;

С-14. Показательные уравнения

Вариант 2

Решите уравнение:

1. $8^x = 512$;

4. $5 \cdot (0,3)^x = 0,45$;

2. $3^{2x+7} = 243$;

5. $6^{x-2} - 6^{x-1} = -180$.

3. $2^{x^2-x-1} = 32$;

С-14. Показательные уравнения

Вариант 4

Решите уравнение:

1. $(0,4)^x = 0,0256$;

4. $(0,6)^{x^2} = \sqrt[3]{\left(1\frac{2}{3}\right)^x}$;

2. $5^{4-3x} = 125$;

5. $3^{3x-1} + 3^{3x+2} = -234$.

3. $7^{x^2-x-5} = \frac{1}{343}$;

С-15. Показательные уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $2 \cdot 2^{2x} - 17 \cdot 2^x + 8 = 0$;

б) $5 \cdot 2^{2x} - 7 \cdot 10^x + 2 \cdot 5^{2x} = 0$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{3^x}{9^y} = 27; \\ 32^x \cdot 2^y = 16. \end{cases}$$

В ответе укажите сумму чисел x и y .

С-15. Показательные уравнения

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $2 \cdot 4^x - 15 \cdot 2^x - 8 = 0$;

б) $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x = 0$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 5^x \cdot 0,2^{-y} = 5; \\ (3^x)^y = \frac{1}{9}. \end{cases}$$

В ответе укажите значение выражения $\frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$, где $(x_1; y_1)$

и $(x_2; y_2)$ — решения данной системы уравнений.

С-15. Показательные уравнения

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $3 \cdot 3^{2x} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$;

б) $3 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 12^x + 4 \cdot 4^{2x} = 0$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 9^x \cdot 27^y = 27; \\ \frac{2^x}{4^y} = 32. \end{cases}$$

В ответе укажите сумму чисел x и y .

С-15. Показательные уравнения

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $3 \cdot 9^x + 26 \cdot 3^x - 9 = 0$;

б) $36 \cdot 16^x - 91 \cdot 12^x + 48 \cdot 9^x = 0$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 0,6^x \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^y = \frac{3}{5}; \\ (2^x)^y = 64. \end{cases}$$

В ответе укажите значение выражения $\frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$, где $(x_1; y_1)$

и $(x_2; y_2)$ — решения данной системы уравнений.

С-16. Показательные неравенства

Вариант 1

Решите неравенство:

1. $5^{-x} > 625$.

3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{5x^2+8x-4} \leq 1$.

2. $\left(\frac{4}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{3}{4}$.

4. $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 > 0$.

С-16. Показательные неравенства

Вариант 3

Решите неравенство:

1. $\sqrt{6^x} \geq 216$.

3. $7^{x^2-x+8} \leq \left(\frac{1}{7}\right)^{5x}$.

2. $\left(\frac{5}{3}\right)^{5x+2} < 0,6^{8x-10}$.

4. $4 \cdot 4^{-x} - 9 \cdot 2^{-x} + 2 > 0$.

С-16. Показательные неравенства

Вариант 2

Решите неравенство:

1. $3^x > \frac{1}{243}$.

3. $7^{\frac{x^2-2x-8}{x+6}} \geq 1$.

2. $\left(\frac{5}{7}\right)^{3x+4} \geq \frac{25}{49}$.

4. $4^{2x} - 5 \cdot 4^x + 4 < 0$.

С-16. Показательные неравенства

Вариант 4

Решите неравенство:

1. $\sqrt{2^{-x}} \leq 128$.

3. $5^{\frac{x^2-3x-2}{6-x}} \geq 0,2$.

2. $1,25^{8x-5} > 0,8^{3x+2}$.

4. $3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^x - 28 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 9 < 0$.

ГЛАВА 7. Показательная и логарифмическая функции

С-17. Понятие логарифма

Вариант 1

1. Вычислите $\log_{0,5} 0,5 \cdot \log_9 \frac{1}{81} - 7^{\log_7 2}$.
2. Решите уравнение:
а) $\log_3 x = -4$; б) $\log_x 64 = 6$.
3. Решите неравенство $5^x > 7$.

С-17. Понятие логарифма

Вариант 3

1. Вычислите $\log_{0,2} \left(\frac{1}{5} \right) \cdot \log_{\sqrt{3}} 3 + 128^{\frac{1}{7} \log_2 7}$.
2. Решите уравнение:
а) $\lg x = -1$; б) $\log_x 256 = 8$.
3. Решите неравенство $6^{-x} \geq 15$.

С-17. Понятие логарифма

Вариант 2

1. Вычислите $\lg 10 \cdot \log_{\frac{1}{5}} 125 + 31^{\lg 8}$.

2. Решите уравнение:

а) $\log_{25} x = \frac{1}{2}$; б) $\log_x 1000 = 3$.

3. Решите неравенство $0,5^x < 3$.

С-17. Понятие логарифма

Вариант 4

1. Вычислите $\log_{\frac{1}{4}} 1 \cdot \lg 135 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2 + \log_{\frac{1}{8}} 5}$.

2. Решите уравнение:

а) $\log_x x = 0$; б) $\log_x 2 = -\frac{1}{5}$.

3. Решите неравенство $3^{0,5x} \leq 6$.

С-18. Функция $y = \log_2 x$, ее свойства и график

Вариант 1

Дана функция $y = \log_2(x + 2)$.

1. Постройте график заданной функции.
2. Найдите, на каком промежутке функция принимает наибольшее значение, равное 3, и наименьшее значение, равное 0.
3. Найдите, при каких значениях аргумента x значения функции больше 2.

С-18. Функция $y = \log_2 x$, ее свойства и график

Вариант 3

Дана функция $y = 3 - 3 \log_3 x$.

1. Постройте график заданной функции.
2. Найдите, на каком промежутке функция принимает наибольшее значение, равное 3, и наименьшее значение, равное -3.
3. Найдите, при каких значениях аргумента x значения функции больше 0.

С-18. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график

Вариант 2

Дана функция $y = \log_{\frac{1}{2}} x + 2$.

1. Постройте график заданной функции.
2. Найдите, на каком промежутке функция принимает наибольшее значение, равное 2, и наименьшее значение, равное -1.
3. Найдите, при каких значениях аргумента x значения функции меньше 0.

С-18. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график

Вариант 4

Дана функция $y = 2 \log_3 (x + 1)$.

1. Постройте график заданной функции.
2. Найдите, на каком промежутке функция принимает наибольшее значение, равное 4, и наименьшее значение, равное 0.
3. Найдите, при каких значениях аргумента x значения функции меньше 2.

С-19. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график

Вариант 1

1. Найдите область определения функции $y = \lg(-2 + x + x^2)$.
2. Сравните числа $\log_{\frac{3}{5}} 3,07$ и $\log_{\frac{2}{6}} 3,7$.
3. Решите графически неравенство $\log_{\frac{1}{2}} x \leq \frac{1}{2}x - 2$.

С-19. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график

Вариант 3

1. Найдите область определения функции $y = \lg(4x - x^2)$.
2. Сравните числа $\log_x 3,14$ и 1.
3. Решите графически неравенство $\log_4(x + 2) < \frac{1}{2}x$.

ГЛАВА 7. Показательная и логарифмическая функции

С-19. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y = \lg(3 - 2x - x^2)$.
2. Сравните числа $\log_6 1,3$ и 1.
3. Решите графически неравенство $\log_3 x > 2 - \frac{1}{3}x$.

С-19. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график

Вариант 4

1. Найдите область определения функции $y = \lg(x^2 - 6x + 9)$.
2. Сравните числа $\log_{0,9} \pi$ и $\log_{0,9} 3,15$.
3. Решите графически неравенство $\log_{\frac{1}{4}}(x + 1) \geq \frac{1}{3}x - 2$.

С-20. Свойства логарифмов

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\log_3 6 + \log_3 18 - \log_3 4$;

б) $9^{0,5 - \log_3 2} - \log_3 \log_2 8$.

2. Выразите значение выражения $\lg 300$ через m , если $m = \lg 3$.

3. Прологарифмируйте выражение $1000x^3 \sqrt{y}$ по основанию 10.

С-20. Свойства логарифмов

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\log_6 108 + \log_6 12 - 1$;

б) $4^{0,5 - \log_2 5} - \log_3 \log_5 \sqrt[3]{5}$.

2. Выразите значение выражения $\lg_7 75$ через a и b , если $a = \log_7 5$, $b = \log_7 3$.

3. Прологарифмируйте выражение $\frac{216\sqrt[5]{a^2}}{b^3}$ по основанию $\sqrt{6}$.

ГЛАВА 7. Показательная и логарифмическая функции

С-20. Свойства логарифмов

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\log_5 75 - \log_5 9 + \log_5 15$;

б) $\left(8^{\frac{1}{3} + \log_2 3}\right) : \log_2 \log_8 81$.

2. Выразите значение выражения $\lg 0,007$ через k , если $k = \lg 7$.

3. Прологарифмируйте выражение $\frac{1}{64}b^5\sqrt[3]{a}$ по основанию 4.

С-20. Свойства логарифмов

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\lg 20 + \lg 2 - \lg 0,04$;

б) $\frac{\lg \log_{\sqrt{2}} 32}{4^{1,5 - \log_2 5}}$.

2. Выразите значение выражения $\lg_6 56$ через c и d , если $c = \log_6 7$, $d = \log_6 2$.

3. Прологарифмируйте выражение $\frac{625x^4}{\sqrt[3]{y^2}}$ по основанию 0,2.

С-21. Логарифмические уравнения

Вариант 1

Решите уравнение:

1. $\log_2(4x + 5) = \log_2(9 - 2x)$.
2. $\log_3(x^2 - 5x - 23) = 0$.
3. $\lg(x + 2) + \lg(x - 2) = \lg(5x + 10)$.

С-21. Логарифмические уравнения

Вариант 3

Решите уравнение:

1. $\lg(5x - 4) = \lg(1 - x)$.
2. $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 9) = -2$.
3. $1 + \log_2(x + 1) = \log_2(7x + 2) - \log_2(x - 1)$.

С-21. Логарифмические уравнения

Вариант 2

Решите уравнение:

1. $\log_5(3x - 4) = \log_5(12 - 5x)$.
2. $\log_3(x^2 + 3x - 7) = 1$.
3. $\lg(x - 1) + \lg(x + 1) = \lg(9x + 9)$.

С-21. Логарифмические уравнения

Вариант 4

Решите уравнение:

1. $\lg(3x - 10) = \lg(7 - 2x)$.
2. $\log_{0,5}(x^2 - 4x + 20) = -5$.
3. $1 + \log_3(x - 2) = \log_3 16x - \log_3(x + 2)$.

С-22. Логарифмические уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\lg^2 x - \lg x - 2 = 0$;

б) $x^{\log_5 x} = 625$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 5; \\ 3x - y = 20. \end{cases}$$

С-22. Логарифмические уравнения

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $2\log_4^2 x + 5\log_4 x - 3 = 0$;

б) $x^{\log_{0,5} x - 1} = \frac{1}{64}$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2^x \cdot 2^{-y} = \frac{1}{128}; \\ \log_3 x + \log_3 y = 2 + \log_3 2. \end{cases}$$

С-22. Логарифмические уравнения

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $\log_3^2 x - \log_3 x - 6 = 0$;

б) $x^{\lg x} = 10\,000$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_6 x + \log_6 y = 2; \\ x - y = -5. \end{cases}$$

С-22. Логарифмические уравнения

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $3 \log_{\frac{1}{8}}^2 x + 5 \log_{\frac{1}{8}} x - 2 = 0$;

б) $x^{\frac{\log_1 x + 4}{3}} = \frac{1}{243}$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^y = 243; \\ \log_2 x + \log_2 y = 3 + \log_2 3. \end{cases}$$

С-23. Логарифмические неравенства

Вариант 1

1. Решите неравенство

$$\log_8(7 - 4x) \leq 3$$

и укажите его наибольшее целочисленное решение.

2. Решите неравенство

$$\log_{0,5}(x^2 - 7x + 12) > \log_{0,5}(17 - 3x)$$

и укажите количество его целочисленных решений.

- 3. Решите неравенство

$$\lg^2 x \geq 9.$$

С-23. Логарифмические неравенства

Вариант 3

1. Решите неравенство

$$\log_{0,5}(1 - 3x) \geq -2$$

и укажите его наибольшее целочисленное решение.

2. Решите неравенство

$$\lg(x - 4) + \lg(x - 3) > \lg(17 - 3x)$$

и укажите количество его целочисленных решений.

- 3. Решите неравенство

$$\log_2^2(x + 1) - 3\log_2(x + 1) \geq -2.$$

С-23. Логарифмические неравенства

Вариант 2

1. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{5}}(3x + 4) \geq -2$$

и укажите его наименьшее целочисленное решение.

2. Решите неравенство

$$\lg(x^2 + x - 20) < \lg(4x - 2)$$

и укажите количество его целочисленных решений.

- 3. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{6}}^2 x > 4.$$

С-23. Логарифмические неравенства

Вариант 4

1. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{8}}(2x + 5) \geq 2$$

и укажите его наименьшее целочисленное решение.

2. Решите неравенство

$$\log_{\sqrt{2}}(x + 5) + \log_{\sqrt{2}}(4 - x) > \log_{\sqrt{2}}(5 - 3x).$$

и укажите количество его целочисленных решений.

- 3. Решите неравенство

$$\log_{0,5}^2(x - 5) + 6 \log_{0,5}(x - 5) < -8.$$

С-24. Переход к новому основанию логарифма

Вариант 1

1. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_5 49}{\log_5 2} - \frac{1}{\log_7 2} - \log_2 14.$$

2. Известно, что $\log_2 5 = a$. Найдите $\log_{25} 0,5$.

3. Решите уравнение

$$\log_5 x - 3 \log_x 5 = 2.$$

С-24. Переход к новому основанию логарифма

Вариант 3

1. Найдите значение выражения

$$\frac{\lg 27}{\lg 5} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}} 5} - \log_{\sqrt{5}} 3.$$

2. Известно, что $\lg 3 = a$, $\lg 5 = b$. Найдите $\log_{25} 375$.

3. Решите уравнение

$$\log_4 (3x + 7) + \log_{(3x+7)} 4 = 2,5.$$

С-24. Переход к новому основанию логарифма

Вариант 2

1. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_7 125}{\log_7 3} - \frac{2}{\log_5 3} + \log_3 \frac{1}{45}.$$

2. Известно, что $\log_3 2 = a$. Найдите $\log_{0,5} 81$.

3. Решите уравнение

$$\log_{\frac{1}{3}} x + 2 = 3 \log_x \frac{1}{3}.$$

С-24. Переход к новому основанию логарифма

Вариант 4

1. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_{0,3} 8}{\log_{0,3} 10} + \frac{5}{\log_{0,5} 10} + \log_{\sqrt{10}} 200.$$

2. Известно, что $\lg 3 = a$, $\lg 4 = b$. Найдите $\log_9 192$.

3. Решите уравнение

$$\log_8 (27x - 1) + \log_{(27x-1)} 8 = \frac{10}{3}.$$

С-25. Дифференцирование показательной функции

Вариант 1

1. Найдите производную функции:

а) $y = 2e^x + \cos 3x$; б) $y = e^{2x-5} \cdot x^3$; в) $y = 3^{-2x}$.

2. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 5x - 3 + e^{x-1}$ в точке с абсциссой, равной 1.

С-25. Дифференцирование показательной функции

Вариант 3

1. Найдите производную функции:

а) $y = e^{-x} - \operatorname{tg} 2x$; б) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{e^{3x}}$; в) $y = 0,5^{2-3x}$.

2. Касательная к графику функции $y = 5x - 4e^{2x}$ параллельна прямой $y = -3x + 4$. Найдите абсциссу точки касания.

С-25. Дифференцирование показательной функции

Вариант 2

1. Найдите производную функции:

а) $y = 3e^x - \sin 2x$; б) $y = \sqrt{x} \cdot e^{2-x}$; в) $y = 2^{5x}$.

2. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 2x + 5 - e^{x+3}$ в точке с абсциссой, равной -3 .

С-25. Дифференцирование показательной функции

Вариант 4

1. Найдите производную функции:

а) $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2} - e^{-x}$; б) $y = \frac{e^{1-2x}}{\sqrt{x}}$; в) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{3x+2}$.

2. Касательная к графику функции $y = 4e^{3x} - 7x$ параллельна прямой $y = 5x - 1$. Найдите абсциссу точки касания.

С-26. Дифференцирование логарифмической функции

Вариант 1

1. Исследуйте функцию $y = 4 \ln x - \frac{x^2}{2}$ на монотонность и экстремумы.
2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 2 \ln x - x^2$ в точке $x = 2$.

С-26. Дифференцирование логарифмической функции

Вариант 3

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \ln(2x - 1) + 2 \ln(8 - x)$ на отрезке $[1; 7]$.
2. Найдите угол между касательной к графику функции $y = 3 \ln 2x + \sqrt{x}$ в точке $x = 4$ и положительным лучом оси абсцисс.

С-26. Дифференцирование логарифмической функции

Вариант 2

1. Исследуйте функцию $y = \frac{1}{6}x^2 - 3 \ln x$ на монотонность и экстремумы.
2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 3 \ln x + x^{-1}$ в точке $x = 1$.

С-26. Дифференцирование логарифмической функции

Вариант 4

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \ln(2x - 3) + 2 \ln(6 - x)$ на отрезке $[2; 5]$.
2. Найдите угол между касательной к графику функции $y = 2 \ln 3x - e^{x-1}$ в точке $x = 1$ и положительным лучом оси абсцисс.

С-27. Первообразная

Вариант 1

1. Докажите, что функция $y = F(x)$ является первообразной для функции $y = f(x)$, если $F(x) = 0,2x^5 - x^3 + 7$, $f(x) = x^4 - 3x^2$.
2. Найдите первообразную для функции:
а) $y = \frac{1}{x} + x^4$; б) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + e^{2x}$.
3. Для функции $y = 6x^2 - 4x + 1$ найдите ту первообразную, график которой проходит через точку $A(1; -3)$.

С-27. Первообразная

Вариант 3

1. Докажите, что функция $y = F(x)$ является первообразной для функции $y = f(x)$, если $F(x) = 2\sqrt{x} + \cos x$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \sin x$.
2. Найдите первообразную для функции:
а) $y = -\frac{1}{\sqrt[3]{x} + 1} - 3x^2e^x$; б) $y = \frac{3}{\sin^2 x}$.
3. Для функции $y = \frac{3}{(2x + 3)^4}$ найдите ту первообразную, график которой проходит через точку $A(-1; 1,5)$.

ГЛАВА 8. Первообразная и интеграл

С-27. Первообразная

Вариант 2

1. Докажите, что функция $y = F(x)$ является первообразной для функции $y = f(x)$, если $F(x) = 0,3x^{10} + 2x^7 - 4x$, $f(x) = 3x^9 + 14x^6 - 4$.
2. Найдите первообразную для функции:
а) $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x}$; б) $y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - e^{3x}$.
3. Для функции $y = 2x^2 - 2x - 5$ найдите ту первообразную, график которой проходит через точку $A(2; -1)$.

С-27. Первообразная

Вариант 4

1. Докажите, что функция $y = F(x)$ является первообразной для функции $y = f(x)$, если $F(x) = \sin x - \frac{1}{x}$, $f(x) = \cos x + \frac{1}{x^2}$.
2. Найдите первообразную для функции:
а) $y = \frac{1}{x-2} + 4x^3e^x$; б) $y = -\frac{1}{2\cos^2 x}$.
3. Для функции $y = \sqrt[3]{(6x-5)^{-1}}$ найдите ту первообразную, график которой проходит через точку $A(1; 3,25)$.

С-28. Определенный интеграл

Вариант 1

1. Вычислите определенный интеграл:

а) $\int_{-1}^2 (3x^2 - 2x + 1)dx;$ в) $\int_0^8 \frac{1}{2\sqrt{x+1}}dx;$

б) $\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 3x}dx;$ г) $\int_1^{32} x^{\frac{2}{3}}dx.$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = x^2 - 6x + 5$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

С-28. Определенный интеграл

Вариант 3

1. Вычислите определенный интеграл:

а) $\int_1^3 \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)dx;$ в) $\int_2^4 e^{0.5x+3}dx;$

б) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{2}} 21 \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)dx;$ г) $\int_1^8 (x^{\frac{2}{3}} + 1)dx.$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = x^2$, $y = x^{-1}$, $y = e$.

С-28. Определенный интеграл

Вариант 2

1. Вычислите определенный интеграл:

а) $\int_{-2}^1 (-3x^2 - 4x + 2) dx;$ в) $\int_1^2 \frac{-2}{(x-3)^2} dx;$

б) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 2x} dx;$ г) $\int_1^{16} x^{0,25} dx.$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = -x^2 + 6x - 5$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$.

С-28. Определенный интеграл

Вариант 4

1. Вычислите определенный интеграл:

а) $\int_1^4 \left(3 + \frac{4}{\sqrt{x}} \right) dx;$ в) $\int_1^2 3e^{4-x} dx;$

б) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 5 \sin \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) dx;$ г) $\int_8^{27} (x^{\frac{1}{3}} - 1) dx.$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = x^3$, $y = x^{-1}$, $y = e$.

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-29. Статистическая обработка данных

Вариант 1

Составьте таблицу распределения кратностей и частот для букв, встречающихся в отрывке из стихотворения А. С. Пушкина «Зимнее утро»:

«Под голубыми небесами
Великолепными коврами,
Блестя на солнце, снег лежит...»

С-29. Статистическая обработка данных

Вариант 3

Составьте таблицу распределения кратностей и частот в процентах для букв, встречающихся в отрывке из поэмы А. С. Пушкина «Евгений Онегин»:

«Уж небо осенью дышало,
Уж реже солнышко блистало,
Короче становился день,
Лесов таинственная сень
С печальным шумом обнажалась...»

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-29. Статистическая обработка данных

Вариант 2

Составьте таблицу распределения кратностей и частот для букв, встречающихся в отрывке из стихотворения Ф. И. Тютчева «Зима недаром злится...»:

«Взбесилась ведьма злая
И, снегу захватя,
Пустила, убегая,
В прекрасное дитя...»

С-29. Статистическая обработка данных

Вариант 4

Составьте таблицу распределения кратностей и частот в процентах для букв, встречающихся в отрывке из стихотворения Ф. И. Тютчева «Есть в осени первоначальной...»:

«Где бодрый серп гулял и падал колос,
Теперь уж пусто все — простор везде, —
Лишь паутины тонкий волос
Блестит на праздной борозде...»

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-30. Простейшие вероятностные задачи

Вариант 1

1. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что сумма его цифр равна 8?
2. Бросили две игральные кости — белую и черную. Какова вероятность того, что на белой кости выпадет четное число очков, а на черной — нечетное?

С-30. Простейшие вероятностные задачи

Вариант 3

1. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что оно кратно 6?
2. Бросили две игральные кости — белую и черную. Какова вероятность того, что сумма очков на обеих костях не больше 5?

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-30. Простейшие вероятностные задачи

Вариант 2

1. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что сумма его цифр меньше 4?
2. Бросили две игральные кости — белую и черную. Какова вероятность того, что на обеих костях выпадет нечетное количество очков?

С-30. Простейшие вероятностные задачи

Вариант 4

1. Ученик назвал произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что оно является квадратом натурального числа?
2. Бросили две игральные кости — белую и черную. Какова вероятность того, что сумма очков на обеих костях не меньше 8?

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-31. Сочетания и размещения

Вариант 1

1. Вычислите: $C_{12}^3 : A_{12}^3$.
2. Решите уравнение $C_{x+3}^2 = 6$.
3. В книжном магазине имеется в продаже 10 книг одной серии. Покупатель решил приобрести 3 книги из этой серии. Сколькими способами он может это сделать?

С-31. Сочетания и размещения

Вариант 3

1. Вычислите: $A_8^3 : C_8^3$.
2. Решите уравнение $A_x^2 - C_x^2 = 21$.
3. В классе 14 мальчиков и 11 девочек. Для участия в эстафете надо выбрать команду, состоящую из 5 девочек и 5 мальчиков. Сколькими способами можно собрать команду?

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-31. Сочетания и размещения

Вариант 2

1. Вычислите: $C_9^4 : A_9^4$.
2. Решите уравнение $C_{x+2}^2 = 15$.
3. В кондитерском отделе имеется в продаже 8 видов шоколада «Бабаевский». Сколькими способами можно выбрать 3 плитки шоколада разного вида?

С-31. Сочетания и размещения

Вариант 4

1. Вычислите: $A_{10}^4 : C_{10}^4$.
2. Решите уравнение $A_x^2 + C_x^2 = 84$.
3. В классе 13 девочек и 12 мальчиков. В команду КВН надо выбрать 5 мальчиков и 4 девочки. Сколькими способами можно собрать команду КВН?

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-32. Формула бинома Ньютона

Вариант 1

1. Возведите многочлен $P(x)$ в четвертую степень, если $P(x) = x + 2y$.
2. Найдите свободный член выражения $\left(x - \frac{4}{x}\right)^6$.

С-32. Формула бинома Ньютона

Вариант 3

1. Возведите многочлен $P(x)$ в пятую степень, если $P(x) = 3x - 2y$.
2. Найдите свободный член выражения $\left(x^2 + \frac{5}{x}\right)^3$.

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-32. Формула бинома Ньютона

Вариант 2

1. Возведите многочлен $P(x)$ в четвертую степень, если $P(x) = 2x - y$.
2. Найдите свободный член выражения $\left(4x + \frac{1}{x}\right)^6$.

С-32. Формула бинома Ньютона

Вариант 4

1. Возведите многочлен $P(x)$ в шестую степень, если $P(x) = 2x + 3y$.
2. Найдите свободный член выражения $\left(x - \frac{5}{x^2}\right)^3$.

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-33. Случайные события и их вероятности

Вариант 1

1. Для праздника «Последний звонок» купили упаковку, в которой 10 красных, 15 синих, 12 желтых и 18 зеленых шаров. Из упаковки наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что он окажется красным или желтым?
2. Точка выбрана случайным образом из фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и осью абсцисс. Какова вероятность того, что она лежит выше прямой $y = 3$?

С-33. Случайные события и их вероятности

Вариант 3

1. В одной коробке лежат 12 шаров, три из которых — золотые, в другой коробке лежат 15 шаров, из которых шесть — золотые. Наугад из каждой коробки вынимают по одному шару. Какова вероятность того, что оба вынутых шара окажутся золотыми?
2. Точка выбрана случайным образом из фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и осью абсцисс. Какова вероятность того, что она лежит ниже прямой $y = x + 2$?

ГЛАВА 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей

С-33. Случайные события и их вероятности

Вариант 2

1. На выпускной вечер купили розы: 20 красных, 15 розовых, 25 белых и 10 желтых. Каждому выпускнику наугад доставали и дарили одну розу. Какова вероятность того, что последняя роза окажется желтой или красной?
2. Точка выбрана случайным образом из фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и осью абсцисс. Какова вероятность того, что она лежит выше прямых $x = -1$ и $x = 1$?

С-33. Случайные события и их вероятности

Вариант 4

1. В одном мешке находятся 4 красных и 5 белых шаров, в другом — 6 красных и 3 белых шара. Из каждого мешка наугад вынимают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?
2. Точка выбрана случайным образом из фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и осью абсцисс. Какова вероятность того, что она лежит выше прямой $y = x + 2$?

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств

С-34. Равносильность уравнений

Вариант 1

1. Докажите, что уравнение $\sqrt{x^2 - 2x - 3} \cdot \log_2(1 - x^2) = 0$ не имеет корней.
2. Решите уравнение $\sqrt{-x^2 - 2x + 15} = 3 - x$.
В ответе укажите произведение корней.

С-34. Равносильность уравнений

Вариант 3

1. Докажите, что уравнение $\sqrt{x^2 - 3x - 4} \cdot \lg \frac{x+1}{2-x} = 0$ не имеет корней.
2. Решите уравнение $(x^2 - 3x)(\sqrt{14 - 5x} - x) = 0$.
В ответе укажите сумму корней.

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-34. Равносильность уравнений

Вариант 2

1. Докажите, что уравнение $\sqrt{16 - x^2} \cdot \log_3(x^2 + x - 20) = 0$ не имеет корней.
2. Решите уравнение, применяя теоремы о равносильности уравнений: $\sqrt{x^4 + 2x^2 - 15} = x^2 - 1$.
В ответе укажите сумму корней.

С-34. Равносильность уравнений

Вариант 4

1. Докажите, что уравнение $\sqrt{\frac{3-x}{x-2}} \cdot \lg(x^2 - 3x) = 0$ не имеет корней.
2. Решите уравнение, применяя теоремы о равносильности уравнений: $(x^2 - 16)(\sqrt{10 - 3x} - x) = 0$.
В ответе укажите произведение корней.

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-35. Общие методы решения уравнений

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $11^{\sin x + \sqrt{3} \cos x} = 1$;

б) $\sqrt{\frac{x}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{x}} = \frac{5}{2}$.

2. Решите уравнение $\log_2 x = \frac{8}{x}$, используя функционально-графический метод.

С-35. Общие методы решения уравнений

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $2^{\sin 3x} \cdot 2^{\sin 5x} = 2^{\sin 4x}$;

б) $x^2 + 3x - 18 + 4\sqrt{x^2 + 3x - 6} = 0$.

2. Решите уравнение $2^x = \sqrt{5-x}$, используя функционально-графический метод.

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-35. Общие методы решения уравнений

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $5^{\sin^2 x} = \sqrt{5};$

б) $\sqrt{\frac{x}{x-1}} - 3\sqrt{\frac{x-1}{x}} = \frac{1}{2}.$

2. Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^x = -\frac{2}{x}$, используя функционально-графический метод.

С-35. Общие методы решения уравнений

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $6^{\cos 4x} \cdot 6^{\cos 6x} = 6^{\cos 5x};$

б) $\sqrt{x^2 + 2x + 3} = x^2 + 2x + 1.$

2. Решите уравнение $\log_{0,5} x = \sqrt[3]{x-1}$, используя функционально-графический метод.

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.
Системы уравнений и неравенств

С-36. Решение неравенств с одной переменной

Вариант 1

1. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \leq x + 6.$$

2. Решите неравенство $\log_2 x - 2 \log_x 2 + 1 \leq 0$.

С-36. Решение неравенств с одной переменной

Вариант 3

1. Сколько целочисленных решений имеет неравенство

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq \sqrt{x+3}.$$

2. Решите неравенство $\log_3^2 x - |\log_3 x| < 2$.

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-36. Решение неравенств с одной переменной

Вариант 2

1. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} \geq x + 6.$$

2. Решите неравенство $\log_3 x + \log_x 3 - 2,5 > 0$.

С-36. Решение неравенств с одной переменной

Вариант 4

1. Сколько целочисленных решений имеет неравенство

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \geq \sqrt{x+6}.$$

2. Решите неравенство $\log_2^2 x - |\log_2 x| < 6$.

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-37. Уравнения и неравенства с двумя переменными

Вариант 1

1. Постройте график уравнения $(2x + y - 3)^2 + (y - x^2)^4 = 0$.
2. Постройте график уравнения $y = \sqrt{16 - x^2}$ и вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком этого уравнения и осью Ox .
3. Постройте множество точек на координатной плоскости, удовлетворяющих системе неравенств
$$\begin{cases} x + y < 2, \\ y - 2x > 4. \end{cases}$$

С-37. Уравнения и неравенства с двумя переменными

Вариант 3

1. Постройте график уравнения $(\sqrt{x - 4} + y)^2 + |x + y| = 0$.
2. Постройте график уравнения $|y| = -\sqrt{9 - x^2}$ и вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком этого уравнения.
3. Постройте множество точек на координатной плоскости, удовлетворяющих системе неравенств
$$\begin{cases} y < x^2 - 4x + 3, \\ y > x - 1. \end{cases}$$

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-37. Уравнения и неравенства с двумя переменными

Вариант 2

1. Постройте график уравнения $(3x - y + 2)^4 + (xy - 3x)^2 = 0$.
2. Постройте график уравнения $x = -\sqrt{9 - y^2}$ и вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком этого уравнения и осью Oy .
3. Постройте множество точек на координатной плоскости, удовлетворяющих системе неравенств
$$\begin{cases} x - y > 3, \\ y + 0,5x > 3. \end{cases}$$

С-37. Уравнения и неравенства с двумя переменными

Вариант 4

1. Постройте график уравнения $|x - y| + (y - x^3)^4 = 0$.
2. Постройте график уравнения $|x| = -\sqrt{16 - y^2}$ и вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком этого уравнения.
3. Постройте множество точек на координатной плоскости, удовлетворяющих системе неравенств
$$\begin{cases} y < -x^2 + 4x + 3, \\ y > x + 1. \end{cases}$$

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.
Системы уравнений и неравенств

С-38. Системы уравнений

Вариант 1

Решите систему уравнений:

1.
$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 144, \\ \log_{\sqrt{2}}(y - x) = 2. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{y} = 7, \\ 4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y} = 5. \end{cases}$$

С-38. Системы уравнений

Вариант 3

Решите систему уравнений:

1.
$$\begin{cases} 2^{x+3} \cdot 3^{y+2} = 8, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x^2 + 2\sqrt[3]{y} = -5, \\ -2x - \sqrt[3]{y} = 1. \end{cases}$$

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-38. Системы уравнений

Вариант 2

Решите систему уравнений:

$$1. \begin{cases} 5^x \cdot 2^y = 20, \\ \log_{\sqrt{3}}(x + y) = 2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{y} = 8, \\ 2\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{y} = 7. \end{cases}$$

С-38. Системы уравнений

Вариант 4

Решите систему уравнений:

$$1. \begin{cases} 5^{y-3} \cdot 3^{x+4} = 9, \\ y - x = 5. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x^2 - 3\sqrt[5]{y} = -5, \\ x - \sqrt[5]{y} = -1. \end{cases}$$

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-39. Системы уравнений

Вариант 1

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 3y + \frac{1}{x - 3y} = 2, \\ y(x - 3y) = 3. \end{cases}$$

2. Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y - 2|x| = -3? \end{cases}$$

С-39. Системы уравнений

Вариант 3

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + \frac{1}{x + 2y} = \frac{26}{5}, \\ 3x - \frac{1}{x + 2y} = \frac{2}{5}. \end{cases}$$

2. Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 3, \\ y + 2 = |x - 1|? \end{cases}$$

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-39. Системы уравнений

Вариант 2

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + y + \frac{1}{2x + y} = 2, \\ x(2x + y) = -1. \end{cases}$$

2. Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ |x| + y = 2? \end{cases}$$

С-39. Системы уравнений

Вариант 4

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + y + \frac{1}{3x + y} = \frac{17}{4}, \\ 2y + \frac{1}{3x + y} = \frac{7}{4}. \end{cases}$$

2. Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4y = 5, \\ y - \frac{4}{|x|} = 0? \end{cases}$$

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-40. Уравнения и неравенства с параметрами

Вариант 1

1. При каких значениях параметра p уравнение $(p - 2)x^2 + (p + 1)x + p + 6 = 0$ имеет два различных действительных корня?
2. Решите неравенство для различных значений параметра a : $(2x - 5)(x - a) > 0$.

С-40. Уравнения и неравенства с параметрами

Вариант 3

1. При каких значениях параметра p уравнение $x^2 + 2px + p^2 - 6p + 8 = 0$ имеет два различных отрицательных корня?
2. Решите неравенство для различных значений параметра a : $\sqrt{x^2 - 7x + 10} (x - a) \geq 0$.

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-40. Уравнения и неравенства с параметрами

Вариант 2

1. При каких значениях параметра p уравнение
 $(p - 1)x^2 + (p + 4)x + p + 7 = 0$
не имеет корней?
2. Решите неравенство для различных значений параметра a :
 $(4x - 6)(x - a) < 0$.

С-40. Уравнения и неравенства с параметрами

Вариант 4

1. При каких значениях параметра p уравнение
 $x^2 + 2px + p^2 + 8p + 7 = 0$
имеет два различных положительных корня?
2. Решите неравенство для различных значений параметра a :
 $\sqrt{x^2 + 2x - 15}(x - a) \leq 0$.

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.
Системы уравнений и неравенств

С-41. Уравнения и неравенства с параметрами

Вариант 1

При каких значениях a уравнение

$$4^x - 2^{x+2} + 4a - a^2 = 0$$

имеет два корня?

С-41. Уравнения и неравенства с параметрами

Вариант 3

При каких значениях a уравнение

$$4^x - 2^{x+2} + 4a - a^2 = 0$$

имеет один корень?

ГЛАВА 10. Уравнения и неравенства.

Системы уравнений и неравенств

С-41. Уравнения и неравенства с параметрами

Вариант 2

При каких значениях a уравнение

$$9^x - 3^{x+1} + 3a - a^2 = 0$$

имеет два корня?

С-41. Уравнения и неравенства с параметрами

Вариант 4

При каких значениях a уравнение

$$9^x - 3^{x+1} + 3a - a^2 = 0$$

имеет один корень?

Вариант 1

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = -0,5x^2 + 2x$, $y = -0,5x + 2$.
2. Решите уравнение $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 69$.
3. Решите неравенство $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) > -1$.
4. Напишите уравнение касательной к графику функции
 $y = e^{x+1} + 4\sqrt{x+5} - 1$ в точке с абсциссой $x = -1$.
5. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}}(8-x)^{\frac{1}{3}}}{x-2}$.
 - а) Найдите область определения функции.
 - б) Найдите значение выражения $(f(4-x) \cdot f(4+x))^3$ при $x = 2\sqrt{2}$.

С-42.

Вариант 2

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = -2x^2 + 4x, y = -x + 2.$$

2. Решите уравнение $5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-2} = 122$.

3. Решите неравенство $\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$.

4. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$y = \ln(x - 2) + 6\sqrt{x + 6} \text{ в точке с абсциссой } x = 3.$$

5. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{x^{\frac{3}{4}}(12 - x)^{\frac{3}{4}}}{x - 3}$.

а) Найдите область определения функции.

б) Найдите значение выражения $(f(6 - x) \cdot f(6 + x))^2$ при $x = 3\sqrt{2}$.

Вариант 3

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 9x^{-2}, y = x - 2, x = 1.$$

2. Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} = 160$.

3. Решите неравенство $\log_2 x + \log_2 (x - 7) \leq 3$.

4. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$y = e^{2x-2} + 4\sqrt{x+3} - 1 \text{ в точке с абсциссой } x = 1.$$

5. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{\frac{2}{3}}}{x-1}$.

а) Найдите область определения функции.

- б) Найдите значение выражения $(f(3-x) + f(3+x))^3$ при $x = 2\sqrt{3}$.

Вариант 4

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4x^{-2}, y = x - 1, x = 1.$$

2. Решите уравнение $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} = 650$.

3. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} (x - 8) \leq -2$.

4. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$y = \ln(2x - 9) + 8\sqrt{x - 1} \text{ в точке с абсциссой } x = 5.$$

5. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{5}}(10 - x)^{\frac{2}{5}}}{x - 1}$.

а) Найдите область определения функции.

- б) Найдите значение выражения $(f(5 - x) + f(5 + x))^5$ при $x = 2\sqrt{5}$.

ОТВЕТЫ

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1	1	2	3,5	8	-3
2	16	(-1; 2), (0; 1)	(1; 0)	(-1; 1), (6; 2)	(4; -1)
	2	$(-\infty; -3]$	$(-\infty; -3] \cup [2; 3]$	$(-\infty; -5) \cup [-4; 5)$	$[-4; 5)$
4	1a	$1,5a^3b^3$	$\frac{10c^2}{a^3}$	$\frac{n^2}{2m^2}$	$\frac{m^4}{2n^3}$
	16	b^2	x^2	b^{-1}	x^{-2}
	2	729	625	256	1024
6	1a	1	1	$\sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{a}$
	16	-2	3	$(1 - \sqrt[3]{a})^2$	$(2 + \sqrt[3]{c})^2$
7	1a	$\frac{2}{-3}$	-70,2	-40	-30
	16	4	3	8	9
	26	x	a	x^2	a^2

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
9	2	(3; 0)	(-1; -1)	(-2; 0)	(1; 0)
10	2	7	-6	0,25	2
11	1а	$\left[-\frac{1}{8}; 10\right]$ убыв. $[10; \infty)$ возр. $x_{\min} = 10$	$\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ возр. $[3; \infty)$ убыв. $x_{\max} = 3$	$\left[-\frac{1}{3}; 5\right]$ возр. $[5; \infty)$ убыв. $x_{\max} = 5$	$\left[-\frac{2}{7}; 18\right]$ убыв. $[18; \infty)$ возр. $x_{\min} = 18$
	1б	$y_{\max} = 1$, $y_{\min} = -57$	$y_{\max} = 28$, $y_{\min}$ не сущ.	$y_{\max} = 9,5$, $y_{\min} = 4$	$y_{\max}$ не сущ., $y_{\min} = -3\frac{1}{3}$
	2	$y = \frac{1}{4}x - 1$	$y = 2x - 4$	$y = 4x - 32$	$y = -x - 32$
12	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{3}{-2}$	$\frac{5}{3}$
	3	Возрастает	Убывает	Убывает	Возрастает

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
14	2	3	-1	6	$\frac{1}{3}$
	3	2; 3	-2; 3	-3; 2	-1; 2
	4	2	2	-1; 1	$0; -\frac{1}{3}$
	5	3	4	3	1
	1а	-1; 3	-1; 2	3	-1
15	1б	0; 1	-1; 0	-1; 2	-1; 2
	2	0	2	1	-1
	1	$x < -4$	$x > -5$	$x \geq 6$	$x \geq -14$
16	2	$x \geq 0$	$x \leq -\frac{2}{3}$	$x < 1$	$x > \frac{3}{11}$
	3	$(-\infty; -2] \cup [4; \infty)$	$(-6; -2] \cup [4; \infty)$	$[-3; -1]$	$(-\infty; 6)$
	4	$(-\infty; 0) \cup (1; \infty)$	$(0; 1)$	$(-\infty; -1) \cup (2; \infty)$	$(-2; 1)$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
17	1	-4	5	9	45
	2а	$\frac{1}{81}$	5	0,1	1
	2б	2	10	2	$1\frac{1}{32}$
19	1	$(-\infty; -2) \cup (1; \infty)$	$(-3; 1)$	$(0; 4)$	$(-\infty; 3) \cup (3; \infty)$
20	1б	-0,25	27	$1\frac{2}{25}$	$\frac{25}{8}$
21	1а	$\frac{2}{3}$	2	$\frac{5}{6}$	$17\frac{17}{5}$
	1б	-3; 8	-5; 2	-6; 3	-2; 6
	1в	7	10	4	6
	•2	0,5	1	1	3

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
22	1а	100; 0,1	$27; \frac{1}{9}$	$\frac{1}{64}; 2$	64; 0,5
	16	$25; \frac{1}{25}$	100; 0,01	$4; \frac{1}{8}$	$243; \frac{1}{3}$
	2	(8; 4)	(4; 9)	(2; 9)	(8; 3)
23	1	1	-1	0	-2
	2	3	1	1	4
	•3	$(0; 0,001] \cup [1000; \infty)$	$\left(0; \frac{1}{36}\right) \cup (36; \infty)$	$(-1; 1] \cup [3; \infty)$	(9; 21)
24	1	-1	-2	0	4
	2	$\frac{1}{2a}$	$\frac{4}{a}$	$\frac{3b+a}{2b}$	$\frac{3b+a}{2a}$
	3	$\frac{1}{5}; 125$	$\frac{1}{3}; 27$	$-\frac{5}{3}; 3$	$\frac{1}{9}; 19$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
25	2	$y = 6x - 3$	$y = x + 1$	$x = 0$	$x = 0$
26	2	-3	2	45°	45°
28	1а	9	3	8	17
	1б	$-\frac{1}{3}$	0,5	$-7\sqrt{3}$	$5\sqrt{2}$
	1в	2	-1	-4	7,5
	2	$2\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{3}$	$10\frac{2}{3}$	4,5
30	1	$\frac{4}{45}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$
	2	0,25	0,25	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{12}$
31	2	1	4	7	8
	3	120	28	566 280	924 924
33	1	0,4	0,5	0,1	$\frac{5}{27}$
	2	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{37}{64}$	$\frac{27}{64}$
34	2	-3	0	2	-8

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
35	1а	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi + \pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi k}{4}; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n,$ $k, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n,$ $k, n \in \mathbb{Z}$
	1б	$-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	2; -5	$-1 \pm \sqrt{2}$
	2	4	-1	1	1
36	2	$(0; 0,25] \cup$ $\cup (1; 2]$	$(1; \sqrt{3}] \cup [9; \infty)$	$\left(\frac{1}{9}; 9\right)$	$\left(\frac{1}{8}; 8\right)$
37	2	8π	$4,5\pi$	9π	16π
	1	(2; 4)	(1; 2)	(0; -2)	(-2; 3)
38	2	(8; 1)	$\left(27; -\frac{1}{8}\right)$	(3; -343), (1; -27)	(2; 243), (1; 32)
	1	(10; 3)	(-1; 3)	(0,2; 2,4), (1,8; -0,8)	$\left(\frac{13}{12}; \frac{3}{4}\right), \left(\frac{11}{24}; \frac{9}{8}\right)$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
40	1	$(-7; 2) \cup \left(2; \frac{7}{3}\right)$	$\left(-\infty; -7\frac{1}{3}\right) \cup (2; \infty)$	$\left(\frac{4}{3}; 2\right) \cup (4; \infty)$	$(-\infty; -7) \cup \left(-1; -\frac{7}{8}\right)$
41		$a \in (0; 2) \cup (2; 4)$	$a \in (0; 1,5) \cup (1,5; 3)$	$a = 2, a \in (-\infty; 0] \cup [4; \infty)$	$a = 1,5, a \in (-\infty; 0] \cup [3; \infty)$
42	1	$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{8}$	6	1,5
	2	3	2	-5	-3
	3	$(1; 2) \cup (3; 4)$	$(-1; 1) \cup (3; 5)$	$(7; 5]$	$[9; +\infty)$
	4	$y = 2x + 10$	$y = 2x - 12$	$y = x - 6$	$y = 4x - 4$
	56	-1	72	$-\frac{9}{8}$	-800

Содержание

Предисловие	3
Примерное планирование учебного материала	4
Глава 6. Степени и корни. Степенные функции	6
Глава 7. Показательная и логарифмическая функции	28
Глава 8. Первообразная и интеграл	58
Глава 9. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей	62
Глава 10. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств	72
Итоговое повторение	88
Ответы	92

Учебное издание

Александрова Лидия Александровна

**АЛГЕБРА
И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
11 класс**

**САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ
для учащихся общеобразовательных учреждений**

Генеральный директор издательства *М. И. Безвиконная*
Главный редактор *К. И. Куровский*. Редактор *С. В. Бахтина*
Оформление и художественное редактирование: *Т. С. Богданова*
Технический редактор *Г. З. Кузнецова*
Корректор *Л. А. Ключникова*
Компьютерная верстка и графика: *А. А. Горкин*

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.001625.02.08 от 29.02.2008.

Формат 60×90¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура «Школьная».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 6,5. Доп. тираж 10 000 экз. Заказ № 981.
Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (499) 367 5418, 367 5627, 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.
E-mail: ioc@mnemozina.ru www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина» (розничная и мелкооптовая продажа книг).
105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (495) 783 8284, 783 8285, 783 8286.

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).
Тел./факс: 8 (495) 665 6031 (многоканальный). E-mail: td@mnemozina.ru

Отпечатано в ООО «Финтрекс».
115477, Москва, ул. Кантемировская, 60.

Для заметок

Для заметок